Lista de Exercícios - CI - Gisely

I- Calcule os limites abaixo:

1) $\lim_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{2x^2+3x+2}}{6-4x} = -2$

2) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = 2$

3) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \dfrac{1}{2}$

4) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \dfrac{1}{2}$

5) $\lim_{x\to -2} \dfrac{4-x^2}{2+x} = 4$

6) $\lim_{x\to 3^-} \dfrac{x^2-9}{x-3} = 6$

7) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2x}-\sqrt{x+1}}{x-1} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

8) $\lim_{x\to 3^-} \dfrac{4x^2-36}{x-3} = 24$

9) $\lim_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4} = \dfrac{1}{4}$

10) $\lim_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

11) $\lim_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{x-3} = 6$

12) $\lim_{x\to 1/2} \dfrac{3+2x}{5-x} = \dfrac{8}{9}$

13) $\lim_{x\to 3/2^+} \sqrt{\dfrac{8x^3-27}{4x^2-9}} = \sqrt{\dfrac{27}{6}}$

14) $\lim_{h\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{h+1}-1}{h} = \dfrac{1}{3}$

15) $\lim_{x\to -1} \dfrac{2x}{x^2-3x+4} = -\dfrac{1}{4}$

16) $\lim_{x\to -2} \dfrac{x^2-4}{x+2} = -4$

17) $\lim_{x\to -3} \dfrac{x^2+5x+6}{x^2-x-12} = -5$

18) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+1} = 0$

19) $\lim_{x\to +\infty} (x^n-1), n \in \mathbb{N} = +\infty$

20) $\lim_{x\to -\infty} (1-x^n), n \in \mathbb{N} = \nexists$

21) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x+2}}{x-1} = -1$

22) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x+2}}{x+1} = 1$

23) $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+3x+2} - x = \dfrac{3}{2}$

24) $\lim_{x\to +\infty} x-\sqrt{x^2+4} = 0$

25) $\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-x\right) = 0$

26) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{x} = 0$ 27) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt[3]{x^3 + x} - \sqrt[3]{x^3+1} = 0$

28) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2} = -\infty$ 28) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x^3 - 4}{5x+3} = +\infty$ 30) $\lim\limits_{x \to 4^-} \dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x-4} = -\infty$

31) $\lim\limits_{s \to 2^+} \dfrac{1}{s-2} - \dfrac{3}{s^2-4} = +\infty$ 32) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4x^3 - 2x^2 - 5}{8x^3 + x + 2} = \dfrac{1}{2}$ 33) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x^3+1} - x = 0$

II - Para as funções abaixo, determine: (a) domínio; (b) esboço do gráfico e (c) os limites indicados, se existirem.

(a) $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x > 1 \\ 2, & x = 1 \\ 4x+1, & x < 1 \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) \nexists$

(b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & x \neq -3 \\ 4, & x = -3 \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -3} f(x)$ 0

(c) $f(x) = \dfrac{|x+1|}{x+1}$

$\lim\limits_{x \to -1} f(x) \nexists$

(d) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{|x-1|}$

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) \nexists$

(e) $f(x) = 3 + |2x - 4|$

$\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ 3

(f) $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x < 3 \\ 10 - 3x, & x \geq 3 \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 3} f(x) \nexists$

(g) $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x, & x > \pi/4 \\ \cos x, & x < \pi/4 \end{cases}$ $\quad \lim_{x \to \pi/4} f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

III - Dê exemplo de uma função f tal que $\exists \lim_{x \to 0} |f(x)|$ e $\nexists \lim_{x \to 0} f(x)$.

IV - Considere a função f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ ax + b, & -2 < x < 2 \\ 2x + 6, & x \geq 2 \end{cases}$$

Determine os valores de a e b tais que $\lim_{x \to -2} f(x)$ e $\lim_{x \to 2} f(x)$ existam.

V Use o gráfico das funções $f(x) = \ln x$, $g(x) = e^x$, $h(x) = e^{-x}$, $\vartheta(x) = \ln|x|$ e $p(x) = a^x$, $a > 0$ e $a \neq 1$, para determinar, se possível, os limites abaixo:

(a) $\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ (b) $\lim_{x \to -\infty} \ln x \nexists$ (c) $\lim_{x \to x_0} \ln x = \ln x_0$; $x_0 > 0$ (d) $\lim_{x \to +\infty} \ln|x| = +\infty$

(e) $\lim_{x \to -\infty} \ln|x| = +\infty$ (f) $\lim_{x \to x_0} \ln|x| = \ln|x_0|$; $x_0 \in \mathbb{R}$ (g) $\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ (h) $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

(i) $\lim_{x \to x_0} e^x = e^{x_0}$, $x_0 \in \mathbb{R}$ (j) $\lim_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$ (l) $\lim_{x \to -\infty} e^{-x} = +\infty$ (m) $\lim_{x \to x_0} e^{-x} = e^{-x_0}$, $x_0 \in \mathbb{R}$

(n) $\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ (o) $\lim_{x \to -\infty} a^x$ (p) $\lim_{x \to x_0} a^x$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

VI - Para exemplar o seguinte fato:

"Se f e g são funções tais que: $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \to a} g(x) = +\infty$, então nada podemos afirmar sobre o $\lim_{x \to a} f(x) - g(x)$"

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$, $g(x) = \dfrac{3}{x^2-1}$

Determine: (a) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ (b) $\lim_{x \to 1^+} g(x)$ (c) $\lim_{x \to 1^+} f(x) - g(x)$

(b) $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$, $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$

Determine: (a) $\lim_{x \to 0} f(x)$ (b) $\lim_{x \to 0} g(x)$ (c) $\lim_{x \to 0} f(x) - g(x)$

~~VII~~: Para exemplificar o seguinte fato:

"Se f e g são funções tais que $\lim_{x \to a} f(x) = \{ \pm\infty$ e $\lim_{x \to a} g(x) = 0$, então nada podemos afirmar sobre o $\lim_{x \to a} f(x) \cdot g(x)$."

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$, $g(x) = x^4$

Determine: (a) $\lim_{x \to 0} f(x)$ (b) $\lim_{x \to 0} g(x)$ (c) $\lim_{x \to 0} f(x) \cdot g(x)$

(b) $f(x) = -\dfrac{1}{x^4}$, $g(x) = x^2$

Determine: (a) $\lim_{x \to 0} f(x)$ (b) $\lim_{x \to 0} g(x)$ (c) $\lim_{x \to 0} f(x)\, g(x)$

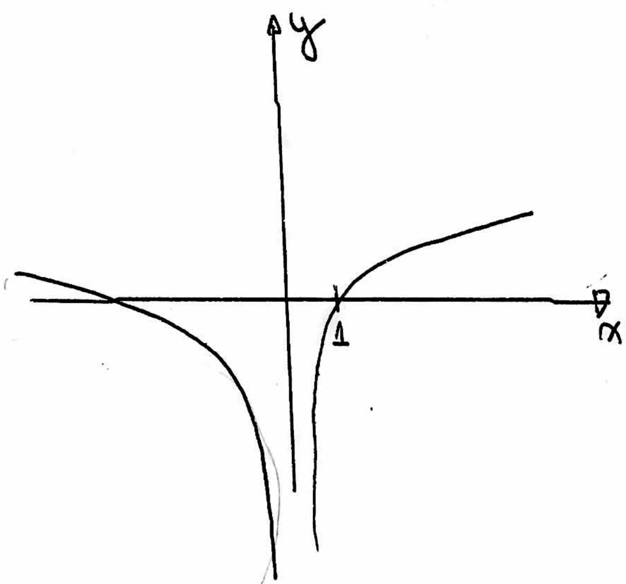
VIII Para exemplificar o fato de que nada podemos afirmar sobre o quociente de limites infinitos, considere as funções abaixo e, se possível, calcule os limites indicados:

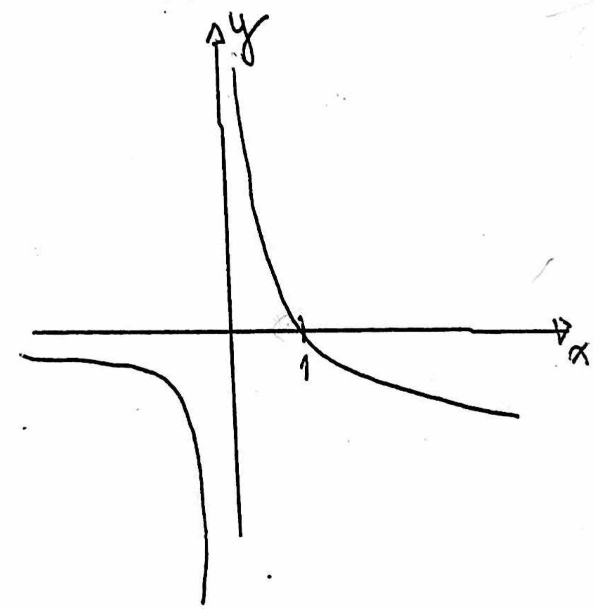
$$f(x) = \frac{1}{x^2} \qquad g(x) = \frac{1}{x^4} \qquad h(x) = \frac{-1}{x^2}$$

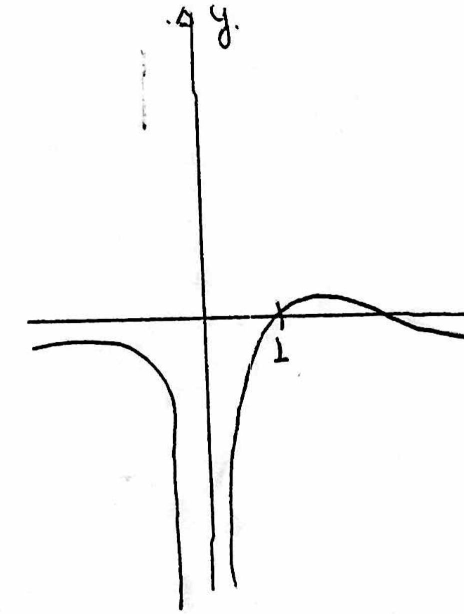
(a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ (b) $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ (c) $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$ (d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)}{h(x)}$ (e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{h(x)}{f(x)}$

IX - É possível construir exemplo de funções f e g tais que: $\nexists \lim\limits_{x\to a} f(x)$, $\nexists \lim\limits_{x\to a} g(x)$ e $\exists \lim\limits_{x\to a} f(x)+g(x)$? Justifique.

X - Qual dos gráficos abaixo, melhor representa o gráfico da função $f(x) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2}$? Pq ?







XI. Encontre as assíntotas horizontais e verticais do gráfico das funções abaixo, qdo possível.

(a) $f(x) = \frac{4}{x-5}$ AV: $x=5$ AH: $y=0$

(b) $g(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$ AV: $x=2$ e $x=-2$ AH: $y=-1$

(c) $f(x) = \frac{4x^2}{\sqrt{x^2-2}}$ AV: $x=-\sqrt{2}$ e $x=\sqrt{2}$ AH: $\nexists$

(d) $h(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2-4}}$ AV: $x=-2$ e $x=2$ AH: $y=0$

(e) $f(x) = \frac{-3x^2}{\sqrt{x^2+7x+10}}$ AV: $x=-5$ e $x=-2$ AH: $\nexists$

(f) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$ AV: $x=-3$ e $x=3$ AH: $y=-1$ e $y=1$

(g) $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+6}$ AV: $x=3$ e $x=2$ AH: $y=0$

(h) $g(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ AV: $x=-2$ AH: $y=0$

(i) $f(x) = \ln x$ AV: $x=0$ AH: $\nexists$

(j) $g(x) = e^x$ AV: $\nexists$ AH: $y=0$

XII Esboce gráficos de funções (uma para cada item) tais que:

(a) não possua assíntotas.

(b) só possua assíntotas verticais

(c) só possua assíntotas horizontais

(d) possua mais de 2 assíntotas verticais

(e) possua infinitas assíntotas verticais

(f) possua 2 assíntotas horizontais

XIII. É possível existir uma função que possua mais de duas assíntotas horizontais? Justifique sua resposta.