3ª Lista de Cálculo I - Gisely

1- Determine a equação das retas tangentes e normal ao gráfico das funções abaixo, nos pontos indicados.

a) $y = \sqrt{4-x}$, $P(1, \sqrt{3})$ b) $y = x^3$, $P(2,8)$ c) $y = \dfrac{8}{\sqrt{x}}$, $P(4,4)$

2- Determine quais dos gráficos do EX1, possui uma reta tangente horizontal.

3- Ache uma equação da reta tangente à curva $y = 3x^2 - 4$ que é paralela a reta $3x + y = 4$.

4- Ache uma equação da reta tangente à curva $y = e^{-x}$ que é perpendicular a reta $2x + 5 - y = 0$.

5- Definição

Seja f uma função definida em $x = x_1$, a derivada à direita de f em x_1, denotada por $f'_+(x_1)$ é definida por:

$$f'_+(x_1) = \lim_{x \to x_1^+} \frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1} = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}, \text{ se o}$$

limite existir.

a) Defina derivada à esquerda de f em x_1.

b) Mostre que: se $L \in \mathbb{R}$.

$$f'(x_1) = L \iff f'_+(x_1) = f'_-(x_1) = L.$$

c) Para as funções abaixo, verifique se f é contínua em x_1, calcule $f'_+(x_1)$, $f'_-(x_1)$ e esboce o gráfico de f.

- $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -4 \\ -x - 6, & x > -4 \end{cases}$, $x_1 = -4$.

- $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -1 \\ -1-2x, & x \geq -1 \end{cases}$, $x_1 = -1$

- $f(x) = 1 + |x+2|$, $x_1 = -2$.

d) Determine os valores das constantes $\underline{a}$ e $\underline{b}$, de modo que exista $f'(2)$ onde:

$$f(x) = \begin{cases} ax+b, & x < 2 \\ 2x^2-1, & x \geq 2 \end{cases}$$

6) Sejam f e g duas funções, tais que $f'(x) = \frac{1}{x}$ e $(f \circ g)(x) = x$. Supondo que existe $g'(x)$, mostre que $g(x) = g'(x)$.

7- Determine a derivada das funções abaixo:

1) $g(x) = \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{5}{x^4}$ 2) $f(x) = (2x^4-1)(5x^3+6x)$

3) $f(t) = \dfrac{t^4-2t^2+5t-1}{t^4}$ 4) $f(w) = (w^3+3)(2w-5)(3w+2)$

5) $f(y) = \dfrac{tg\,y+1}{tg\,y-1}$ 6) $f(t) = \dfrac{2\,cosec\,t-1}{cosec\,t+2}$ 7) $f(x) = \dfrac{tg\,x}{\cos x - 4}$

8) $f(x) = \dfrac{sen\,x}{1-\cos x}$ 9) $y = tg^2 x^2$ 10) $h(x) = \dfrac{cotg^2 2x}{1+x^2}$

11) $y = \dfrac{(x^2+3)^3}{(5x-8)^2}$ 12) $y = \sqrt{\dfrac{sen\,t+1}{1-sen\,t}}$ 13) $y = \sqrt{x}\; tg \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

14) $y = \sqrt[3]{|x|+x}$ 15) $y = x|x|$ 16) $y = (5-x^2)^{1/2}(x^3+1)^{1/4}$

17) $y = \ln(\sec 2x + tg\,2x)$ 18) $y = \sqrt[3]{\ln x^3}$ 19) $y = \ln|t|$

20) $y = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$

21) $y = \ln \sqrt{\dfrac{3w+1}{2w-5}}$

22) $y = e^{x^2-3}$

23) $y = e^x \operatorname{sen} e^x$

24) $y = \operatorname{tg} e^{3x} + e^{\operatorname{tg} 3x}$

25) $y = e^{-3x}$

26) $y = 2^{\operatorname{cosec} 2x}$

27) $y = x^{\sqrt{x}}$

28) $y = x^{e^x}$

29) $y = (\ln x)^{\ln x}$

30) $y = \log_6 (\log_{10}(x+1))$

31) $z = \dfrac{(t^2-5)^3}{(t^2+4)^2}$

32) $g(t) = \sqrt{t + \sqrt{t}}$

33) $y = \dfrac{e^{2x}}{x^2}$

34) $f(x) = 2^{5x} \cdot 3^{4x^2}$

35) $f(x) = \dfrac{\log_{10} x}{x}$

36) $y = \dfrac{2e^{2x}(x-1)}{x^3}$

37) $y = \ln |\sec 2x|$

38) $h(x) = \dfrac{\operatorname{sen}h\, x}{2 + \cosh x}$

39) $y = \operatorname{sen}^2 h x \cos^3 h x$

40) $y = (\operatorname{sen} x^2)^{4x}$

41) $y = e^{\operatorname{sen} h x}$

42) $y = (4e^x)^{3x}$

43) $y = (\operatorname{sen} x)^{\operatorname{tg} x}$

44) $y = 3^x \sec x$

45) $y = |x^2+1|^3$

46) $y = \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x+1}}$

47) $y = \sqrt[3]{|x| + x}$

48) $y = \operatorname{tg} h \left(\dfrac{4x+1}{5x^2} \right)$

49) $y = \ln(\operatorname{sen} h\, x^3)$.

Obs: $D_x(\operatorname{sen} h x) = \cosh x$ sendo $\begin{cases} \operatorname{sen} h x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2} \text{ e} \\ \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} \end{cases}$

$D_x(\cosh x) = \operatorname{sen} h x$

$D_x(\operatorname{tg} h x) = \sec^2 h x$