

4ª Lista de Exercícios de Cálculo I

Professora: Gisely

1- Determine os limites abaixo:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen} x^2}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$

g) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{\ln(1 - 2x)}{\operatorname{tg}(\pi x)}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{cosec} x$

i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\operatorname{sen} x}$

j) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

l) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$

m) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - \sqrt{x^4 - x^2 + 2})$

n) $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{2}{x}}$

2- Determine a derivada das funções abaixo:

a) $f(x) = \log_6(\log(x+1))$

b) $f(x) = \frac{(x^2 - 5)^3}{(x^2 + 4)^2}$

c) $f(x) = 2^{5x} 3^{4x^2}$

d) $f(x) = \frac{\log x}{x}$

e) $f(x) = \ln(\sec(2x))$

f) $f(x) = (\operatorname{sen} x^2)^{4x}$

g) $f(x) = e^{\operatorname{sen} x}$

h) $f(x) = (4e^x)^{3x}$

i) $f(x) = (\operatorname{sen} x)^{\operatorname{tg} x}$

j) $f(x) = 3^x \sec x$

l) $f(x) = (x^2 + 1)^3$

m) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x+1}}$

n) $f(x) = \operatorname{tg} \left(\frac{4x+1}{5x^2} \right)$

o) $f(x) = \ln(\operatorname{sen} x^3)$

3- Uma escada de 6 m de comprimento está apoiada em uma parede vertical. Se a base da escada começa a deslizar horizontalmente à razão de 0,6 m/s com que velocidade o topo da escada percorre a parede quando está a 4 m do solo?

- 4- Um tanque em forma de um cone com vértice para baixo mede $12m$ de altura e tem no topo um diâmetro de $12m$. Bombeia-se água à taxa de $4m^3/min$. Ache a velocidade com que o nível da água sobe quando sua profundidade é:
a) $2m$ b) $8m$
- 5- Um observador verifica que um avião se aproxima com uma velocidade de $200km/h$ e altitude de $4km$. Qual será a taxa de variação do ângulo formado pela direção da visão do observador quando a distância horizontal entre o avião e o observador for de $3km$?
- 6- Uma pedra lançada numa lagoa provoca uma série de ondulações concêntricas. Se o raio r da onda exterior cresce uniformemente à taxa de $1,8m/s$ determine a taxa com que a área da água perturbada está crescendo quando $r = 3$ e quando $r = 6$ metros.
- 7- Suponha que um tumor no corpo de uma pessoa tenha forma esférica. se quando o raio do tumor for $0,5cm$ o raio estiver crescendo a uma taxa de $0,001cm$ por dia qual será a taxa de aumento do volume do tumor naquele instante? Qual será a taxa de crescimento da área nesse mesmo instante?

RESPOSTAS

1- a) 1, b) 0, c) $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$, d) $-\frac{1}{8}$, e) 1, f) 0, g) 0, h) 1, i) 1, j) 1, l) 1, m) 1, n) 2

$$2- a) f'(x) = \frac{1}{\ln 6 \ln 10(x+1) \log(x+1)}, b) f'(x) = \frac{2x(x^2 - 5)^2(x^2 + 2)}{(x^2 + 4)^3}, c) f'(x) = 2^{5x} 3^{4x^2} (5 \ln 2 + 8x \ln 3), d) f'(x) = \frac{1 - \log x \ln 10}{x^2 \ln 10}, e) f'(x) = 2 \operatorname{tg}(2x), f) f'(x) = (\operatorname{sen} x^2)^{4x} (4 \ln(\operatorname{sen} x^2) + 8x^2 \operatorname{cotg} x^2), g) f'(x) = \cos x e^{\operatorname{sen} x}, h) f'(x) = 3(4e^x)^{3x} (\ln(4e^x) + x), i) f'(x) = (\operatorname{sen} x)^{\operatorname{tg} x} (\sec^2 x \ln(\operatorname{sen} x) + 1), j) f'(x) = 3^x \sec x (\ln 3 + \operatorname{tg} x), l) f'(x) = 6x(x^2 + 1)^2, m) f'(x) = \frac{x + 5}{6\sqrt{x - 1}\sqrt[3]{(x + 1)^4}}, n) f'(x) = -\frac{2}{5} \sec^2\left(\frac{4x + 1}{5x^2}\right) \left(\frac{2x + 1}{x^3}\right), o) f'(x) = 3x^2 \operatorname{cotg} x^3$$

3- $-0,67 m/s$

4- a) $\frac{4}{\pi} m/min$ b) $\frac{1}{4\pi} m/min$

5- 32 rad/h

6- a) $10,8\pi \text{ m}^2/\text{s}$ b) $21,6\pi \text{ m}^2/\text{s}$

7- $0,001\pi \text{ cm}^3/\text{dia}$ $0,004\pi \text{ cm}^2/\text{dia}$